

$\sin x = \frac{a}{c}$   
 $\cos x = \frac{b}{c}$   
 $\tan x = \frac{a}{b}$   
 $\cot x = \frac{b}{a}$

**BEVEZETÉS A FIZIKÁBA I.**

**I. ÉVF. KÖRNYEZETTAN ALAPSZAKOS HALLGATÓKNAK**

**(I. RÉSZ)**

**I. KINEMATIKA**

- Mekkora annak a sebességnek a nagysága, mely az  $\underline{a}$  (2 m/s; 5 m/s) és a  $\underline{b}$  (-6 m/s; 8 m/s) vektorkomponensű sebességek összege? Milyen szöget zár be az összegvektor az x tengellyel?  
 $(v = 13,6 \text{ m/s}; \varphi = 107,1^\circ)$
- Mekkorák az előbbi vektorok ( $\underline{a}$  (2; 5) és  $\underline{b}$  (-6; 8)), mekkora a különbségük? Írjuk fel az x és y irányú komponensüket, számítsuk ki ezek hosszát! Határozzuk meg ezen vektorok skaláris és vektoriális szorzatát!  
 $(|\underline{a}| = 5,4 \text{ egység}; |\underline{b}| = 10 \text{ egys.}; |\underline{a}-\underline{b}| = 8,54 \text{ e}; \underline{a}_x = (2; 0); \underline{a}_y = (0; 5); a_x = 2 \text{ e}; a_y = 5 \text{ e};$   
 $\underline{b}_x = (-6; 0); \underline{b}_y = (0; 8); b_x = 6 \text{ e}; b_y = 8 \text{ e}; \underline{a} \cdot \underline{b} = 28; \underline{a} \times \underline{b} = (0; 0; 46))$
- H** Egy helyvektor 175 m hosszú és  $50^\circ$ -os szöget zár be az x tengellyel. Mekkora a vektor y komponense?  
 $(y = 134,06 \text{ m})$
- H** Számítsd ki az alábbi vektorok közbezárt szögét!  
 a) (6; 1) és (-5; 0)  $(\alpha = 170,54^\circ)$   
 b) (3; -4) és (4; 3)  $(\beta = 90^\circ)$   
 c) (4; -5; 2) és (-1; 3; 2)  $(\gamma = 126,7^\circ)$
- H** A NaCl olyan ionrácsban kristályosodik, melyben egy kocka csúcspontjainál helyezkednek el a nátrium, ill. a klór ionok egymást váltogatva. A kocka oldalhossza 0,281 nm. Milyen távol vannak a kocka átellenes csúcsaiban ülő Na és Cl ionok? Mekkora szöget zár be a kocka térátlója és a kocka oldallapjának a síkja?  
 $(t = 0,4867 \text{ nm}; \alpha = 35,26^\circ)$
- Egy repülőgép felszállás előtt álló helyzetből 29 sec alatt 260 km/óra sebességre gyorsul. Mekkora a gép átlagos gyorsulása? Fejezzük ki a gyorsulást (km/óra)/sec egységekben is. Egyenletes gyorsulást feltételezve legalább milyen hosszú kifutópályára van szükség a repülőgép felszállásához?  
 $(a = 2,49 \text{ m/s}^2; a' = 8,97 \text{ (km/h)/s}; s = 1047,22 \text{ m})$
- Az űrhajó sebessége 3250 m/s, amikor begyújtják a fékező rakétát. Ennek hatására 10  $\text{m/s}^2$  lassulással fékeződik az űrhajó. Mekkora a sebesség 215 km megtétele után?  
 $(v = 2502,5 \text{ m/s})$
- H** Egy autó sebessége 120 km/óra. Mekkora úton fékeződik le a kocsi, ha a lassulás egyenletes és értéke  $2 \text{ m/s}^2$ ?  
 $(s = 277,78 \text{ m})$
- Mennyi idő alatt ér le egy 40 m magas ház tetejéről leeső labda? (A légellenállástól eltekintünk.)  
 $(t = 2,83 \text{ s})$
- Az előbbi ház tetején 30 m/sec sebességgel feldobjuk a labdát. Milyen magasra emelkedik? Mennyi idő alatt ér most le a földre a labda? (A légellenállástól eltekintünk.)  
 $(h = 45 \text{ m}; t = 7,12 \text{ s})$
- Egy 115 km/óra sebességgel haladó repülőgépről kidobnak egy csomagot 1050 m magasban. Mennyi idő alatt ér le a földre a csomag? Mekkora a csomag sebessége a leérkezés pillanatában? Mekkora szöget zár be a leérkezéskor a sebesség a vízszintessel? (A légellenállástól eltekintünk.)  
 $(t = 14,49 \text{ s}; v = 148,39 \text{ m/s}; \varphi = 77,57^\circ)$

12. Légvédelmi gyakorlaton egy 4,2 km magasságban 225 m/s sebességgel vízszintesen repülő távirányítású gép eltalálása a cél. Éppen akkor, amikor a gép a löveg fölött van indít a csapat egy 389 m/s kezdősebességű légvédelmi lövedéket. A függőlegeshez képest mekkora szögben kellett állítaniuk az ágyú csövét, hogy eltalálják a repülőgépet?  
( $\varphi=35,34^\circ$ )
13. A radar 30 km magasságban meteoritot észlel, mely 583 m/s sebességgel halad és a horizont alatt  $28,3^\circ$ -ban határozza meg az irányát. Ha elhanyagolhatnánk a levegő ellenállását, akkor mennyi idő múlva és milyen sebességgel érkezne meg a Földre?  
(54,6 s; 969,48 m/s)
14. Két műhold geostacionárius pályán, a Föld középpontjától 42,3 ezer km távolságban kering egymástól 2 szögfok távolságra. Hány km-re vannak egymástól? Mekkora a sebességük és mekkora a gyorsulásuk? Mekkora a körmozgás szögsebessége?  
(1476,5 km; 3075,21 m/s és 0,224 m/s<sup>2</sup>; mint a Földnek:  $7,27 \cdot 10^{-5}$  1/s)
15. **H** Egy, az orvosi gyakorlatban használt centrifugában – mellyel például a nagyobb sűrűségű vörös vértesteket a kevésbé sűrű vérsavótól elválasztják – egy részecske 5 cm körpálya-sugár mellett a gravitációnál 6250-szer nagyobb centripetális gyorsulást érez. Mekkora a percenkénti körfordulások száma? Mekkora a részecske sebessége?  
(10682; 55,9 m/s)
16. A Föld napjában egyszer megfordul az északi és déli sarkot összekötő tengely körül. Mekkora a Föld szögsebessége? Mekkora a kerületi sebesség az Egyenlítőn és Budapesten ( $47^\circ$  északi szélesség)? Mekkora ugyanitt a centripetális gyorsulások és milyen irányba mutatnak?  
(463,17 m/s és 315,88 m/s; 0,034 m/s<sup>2</sup> és 0,023 m/s<sup>2</sup> mindig a tengely felé befelé merőlegesen)
17. **H** A helikopter légcsavarja vízszintesen forog. A légcsavar hossza 6,7 m a csúcsától a tengely középpontjáig mérve. Mekkora a centripetális gyorsulások aránya a légcsavar csúcsánál és a tengelytől 3 m-re?  
(6,7:3=2,23)
18. A kerékpáros egyenletes mozgással 20 perc alatt 6 km utat tesz meg. Mekkora a kerék fordulatszám, ha az átmérője 80 cm?  
(kb. 2 1/s)
19. A 0,5 m hosszú fonalra kötött golyót függőleges síkban 120/perc fordulatszámmal forgatjuk úgy, hogy a kezünk 80 cm magasan van. Milyen messzire lehet vízszintesen elhajítani?  
(3,2 m; vagy 8,65 m)
20. Egy 1,2 m sugarú körpályán keringő test szögsebessége 5 s alatt egyenletesen növekedik 4 1/s-ról 16 1/s-ra. Mekkora a szöggyorsulása? Mekkora a gyorsulás érintő irányú komponense? Közben hányszorosára nőtt a centripetális gyorsulás?  
(2,4 1/s<sup>2</sup>; 2,88 m/s<sup>2</sup>; 16)
21. **H** Egy centrifuga 15 s alatt egyenletesen gyorsul fel 1000 1/perc fordulatszámra. Mekkora a szöggyorsulása? Mekkora a dob kerületi gyorsulása, ha a sugara 13 cm? Hányszor fordult körbe?  
(6,98 1/s<sup>2</sup>; 0,9 m/s<sup>2</sup>; 125)
22. Egy 200 1/s fordulatszámú fűrógép 10 s alatt áll le. Mekkora a szöggyorsulása? Hány fordulatot tett meg?  
(-125,6 1/s<sup>2</sup>; 1000)
23. **H** Egy motor forgórésze álló helyzetből 8 1/s<sup>2</sup> szöggyorsulással indul. Mekkora szögsebességre gyorsul fel 2,1 s alatt? Ez alatt az idő alatt mekkora szöggel fordul el, és hány fordulatot tesz meg?  
(16,8 1/s; 17,64 rad=1011°; 2,8)

24. **H** Egy harmonikus rezgőmozgást végző test frekvenciája  $5/s$ . Mekkora a test legnagyobb sebessége, ha az amplitúdó  $1\text{ m}$ ? Mekkora a legnagyobb gyorsulása a testnek? Melyik állapotban érik el ezt az értéket?

*(31,4 m/s egyensúlyi helyzetben; 986 m/s<sup>2</sup> szélső helyzetben)*

25. A harmonikus rezgőmozgást végző anyagi pont az egyensúlyi helyzettől számítva  $0,2\text{ s}$  múlva  $4,5\text{ cm}$  távolságra jut. Határozzuk meg a rezgésidőt és a frekvenciát, ha az amplitúdó  $6\text{ cm}$ !

*(1,48 s; 0,675 1/s)*

26. Harmonikus rezgőmozgást végző  $20\text{ g}$ -os test legnagyobb sebessége  $20\text{ m/s}$ , a mozgás amplitúdója  $0,8\text{ m}$ . Mekkora a rezgőmozgás a) frekvenciája, b) a hozzá tartozó körfrekvencia, c) a testre a mozgás során ható legnagyobb erő?

*(3,98 1/s; 25 1/s; 10 N)*

27. **H** Egy harmonikus rezgőmozgást végző test amplitúdója  $20\text{ cm}$  és  $2\text{ s}$  alatt tesz meg egy teljes periódust. Mekkora a test legnagyobb sebessége? Mekkora a test tömege, ha a mozgás során rá ható legnagyobb erő  $0,02\text{ N}$ ?

*(0,628 m/s; 10 g)*

28. **\*H** Harmonikus rezgőmozgást végző részecske amplitúdója  $15\text{ cm}$ , legnagyobb gyorsulása  $1\text{ m/s}^2$ . Mekkora a periódusideje és maximális sebessége? Mennyi idő telik el, amikor sebessége  $10\text{ cm/s}$  és az egyensúlyi helyzet felé mozog? Mekkora ekkor a kitérése?

*(2,43 s; 0,387 m/s; 0,71 s; 14,5 cm)*

## II. DINAMIKA

29. **H** Porsche 911 személygépkocsi  $100\text{ km/óra}$  északi irányú sebességre  $6\text{ sec}$  alatt gyorsul fel. A kocsi tömege  $1400\text{ kg}$ . Milyen nagyságú és irányú az átlagos eredő erő, mely a kocsira hat?

*(6481,5 N észak)*

30. **H** Egy  $82\text{ kg}$  tömegű férfi és egy  $48\text{ kg}$ -os nő áll a jégen. A nő  $45\text{ N}$  erővel kelet felé tolja a férfit. Mekkora gyorsulással (irány és nagyság szerint) mozognak, ha a súrlódást a jég és a korcsolyák között elhanyagolhatjuk?

*(0,35 m/s<sup>2</sup> kelet)*

31. Cirkuszi mutatványban egy  $18\text{ m}$  hosszú "emberrel töltött ágyúban" nyugalmi állapotból egyenletesen gyorsulva mozog az "embergolyó" és  $0,95\text{ sec}$  múlva hagyja el az ágyúcsövet. Mekkora a  $65\text{ kg}$ -os emberre ható eredő erő? Hogyan viszonyul a gyorsulás a gravitációs gyorsuláshoz? Mekkora sebességgel hagyja el az ágyúcsövet az akrobata?

*(2592,8 N; kb. 4 g; 37,9 m/s)*

32. **H** Fegyverfejlesztők ágyúval kísérleteznek, melyet arra terveznek, hogy Föld körüli pályára lőjön lövedéket. Egy kísérletben az ágyú egy  $5\text{ kg}$  tömegű lövedéket nyugalomból  $4\text{ km/s}$  sebességre gyorsít fel. Az eredő gyorsító erő  $490\text{ kN}$ . Mennyi időre van szükség ahhoz, hogy a lövedék elérje az előbbi sebességet?

*(0,041 s)*

33. Az  $m_1$  tömegű testre ható eredő erő  $a$  gyorsulást hoz létre. Az  $m_1$  testre ráragasztunk egy  $m_2$  tömegű másik testet és ugyanazzal az erővel gyorsítjuk. Határozzuk meg az  $m_1/m_2$  viszonyt, ha tudjuk, hogy a második kísérletben a gyorsulás  $a/3$ ?

*(0,5)*

34. A nyílvevő nyugalmi állapotból indulva  $25\text{ m/s}$  sebességgel hagyja el az íjat. Milyen sebességgel hagyná el ugyanezt az íjat a nyílvevő, ha megkétszereznénk a rá ható erőt?

*(50 m/s)*

35. Egy 33,5 kg-os testre 133 N erő hat a +x tengely irányában. A test  $3,96 \text{ m/s}^2$  gyorsulással mozog olyan irányban, mely  $21^\circ$ -ot zár be a +x tengellyel. Milyen másik erőnek kell hatnia még a testre (irány és nagyság szerint)?  
(48,4 N és  $100,9^\circ$  +x-szel)
36. H A 48 kg-os vízisíelőt vízszintes kötéllel déli irányba húzzuk 228 N erővel. A víz és a levegő összesen 165 N súrlódási erőt jelent északi irányban. Milyen nagyságú és irányú a vízisíző gyorsulása?  
(1,3125  $\text{m/s}^2$  dél)
37. Egy 150 ezer tonnás olajszállító hajót a kikötőbe két vontatóhajó húzza be. A vontatókötelek szimmetrikusak a tankhajó tengelyére és azzal  $30^\circ$  szöget zárnak be. A tankhajó gyorsulása a tengely irányában  $2 \text{ mm/s}^2$  a vontatás megkezdésekor. Ehhez a mozgáshoz a vonóhajókon kívül még hozzájárul a tankhajó saját motorja is, mely 75 ezer N erőt fejt ki a mozgás irányában. A víz akadályozza a mozgást 40 ezer N erővel. Mekkora a húzókábelekben ébredő erők? Mekkora utat tesz meg a tankhajó addig, mire eléri a 10 m/sec sebességet? Mekkora úton állítaná meg a tankhajót az összes motor kikapcsolása után csak a víz közegellenállása?  
(kb. 153 kN; 25 km; 187,5 km)
38. H Galaxisunktól, a Tejútól  $2 \cdot 10^{22}$  m távolságban van a legközelebbi másik galaxis, az Andromeda. A Tejút tömege  $7 \cdot 10^{41}$  kg, az Andromedáé pedig  $6 \cdot 10^{41}$  kg. Határozd meg a galaxisok között ható gravitációs erőt! (Hanyagoljuk el a galaxisok kiterjedését a köztük lévő távolsághoz képest!)  
( $7 \cdot 10^{28}$  N)
39. H Az űrhajó pályája során éppen abban a pontban van, mely ráesik a Földet és a Holdat összekötő egyenesre és a két égitest gravitációs vonzása is éppen egyenlő. Milyen messze van a Föld középpontjától? A Föld és a Hold tömege  $6 \cdot 10^{24}$  kg, ill.  $7,35 \cdot 10^{22}$  kg, középpontjuk távolsága pedig 385 ezer km.  
(346,6 ezer km)
40. A Mars tömege  $6,46 \cdot 10^{23}$  kg, a sugara 3390 km. Mekkora a gravitációs gyorsulás a Marson? Mekkora volna egy 65 kg tömegű személy súlya ezen a bolygón?  
(3,75  $\text{m/s}^2$ ; 243,7 N)
41. A Mount Everest magassága 8850 m a tenger szintje felett. Becsüljük meg a hegy csúcsán ill. a tenger szinten mérhető gravitációs gyorsulások arányát!  
(0,9972)
42. A fizikusok csillagászati megfigyelésekből tudják, hogy léteznek neutroncsillagok. Egy ilyen csillagnak a tömege  $2 \cdot 10^{30}$  kg (ami közel megfelel a Nap tömegének), a sugara pedig 5 km (megfelel egy közepes hegyméretnek a Földön). Tételezzük fel, hogy egy tárgy szabadon esik a csillag felszínén. Mekkora a gravitációs gyorsulása? Mekkora lenne a sebessége 1 cm magasról történő esés után? (A gravitációs tér hely szerinti változásától és a csillag – egyébként rá jellemző – forgó mozgásától eltekintünk.)  
( $5,34 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2$ ;  $3,27 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ )
43. Naprendszerünk legnagyobb bolygójának, a Jupiternek a tömege 318-szor és sugara 11,2-szer nagyobb, mint a Földé. Képzletünkben egy-egy test a felszín környékén nyugalomból indulva ugyanazt a távolságot teszi meg szabadeséssel a Jupiteren, ill. a Földön. Határozzuk meg a szabadeséshez szükséges idők arányát! (A Föld tömege  $5,98 \cdot 10^{24}$  kg, sugara 6380 km.)  
(0,628)
44. Hány nap alatt kerüli meg a Vénusz a Napot? A Föld pályasugara 149,6 millió km, a Vénuszé 108,2 millió km.  
(224,5 nap)

45. **H** Mekkora a Mars közepes pályasugara? A Föld pályasugara 149,6 millió km, a Mars keringési ideje 687 földi nap.

*(228 millió km)*

## **II/B. TEHETETLENSÉGI ERŐK**

46. Egy asszony kezében lévő 8 kg tömegű bevásárlókosárral lép be a liftbe. A lift  $0,8 \text{ m/s}^2$  gyorsulással indul felfelé. Mekkora erővel hat a kosár az asszony kezére? Mekkora a kosár látszólagos tömege?

*(86,4 N; 8,64 kg)*

47. **H** Mekkora tömeget mutat a mérleg, ha egy 95 kg tömegű férfi magát egy olyan liftben méri, mely a) felfelé gyorsul  $1,8 \text{ m/s}^2$ , b) lefelé gyorsul  $1,3 \text{ m/s}^2$  gyorsulással, ill. c) egyenletesen emelkedik  $2 \text{ m/s}$  sebességgel?

*(112 kg; 83 kg; 95 kg)*

48. **H** Számítsd ki az alábbi vektorok vektoriális szorzatát!

a)  $(4; -5; 2)$  és  $(-1; 3; 2)$

*$(-16; -10; 7)$*

b)  $(3; -4)$  és  $(4; 3)$

*$(0; 0; 25)$*

c)  $(6; 1)$  és  $(-5; 0)$

*$(0; 0; 5)$*

49. Vásári körhinta lánc 5 m hosszú. Mekkora szöget zár be a lánc a hinta tengelyével, amikor a körhinta felgyorsul állandó 15/perc fordulatszámra? Mekkora és milyen irányú a körhintán ülő 60 kg-os emberre ható centrifugális erő, amikor a körhinta egyenletesen köröz? Mekkora erő ébred a láncban?

*$(35,85^\circ; 433,5 \text{ N}; 740 \text{ N})$*

50. Egy 3 méter sugarú 2/perc fordulatszámmal forgó korong közepén ülő gyerek egy 10 dkg tömegű gumilabdát gurít a körlap szélén ülő társának  $1 \text{ m/s}$  sebességgel. Mekkora és milyen irányú erő hat a labdára? Mennyivel megy mellé?

*$(0,042 \text{ N}; 1,884 \text{ m})$*

51. **H** Számítsd ki a Coriolis-erőt, ha  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $\underline{\omega} = (0; 0; 2\pi)$  és  $\underline{v} = (3; 0; 0)$ !

*$(0; -12\pi; 0) \text{ N}$*